

# Porównanie metod obliczeniowych wytrzymałości zmęczeniowej kolejowych kół monoblokowych

Przemysław RAKOCZY<sup>1</sup>, Robert BIŃKOWSKI<sup>2</sup>

## Streszczenie

Do określenia wytrzymałości zmęczeniowej, norma EN 13979-1 "Railway applications – Wheelsets and bogies – Monoblock wheels – Technical approval procedure – Part 1: Forged and rolled wheels" dopuszcza dwa typy modeli obliczeniowych: model 3D oraz uproszczony model osiowosymetryczny z niesymetrycznym obciążeniem. Oba typy modeli w zasadniczy sposób różnią się od siebie, co może mieć wpływ na otrzymane wyniki. Ponadto, wyznaczenie maksymalnej (krytycznej) amplitudy cyklu zmęczeniowego dla kół wymaga przeanalizowania naprężeń w danym punkcie podczas pełnego obrotu koła. Przy obecnych założeniach normy EN 13979-1, amplituda jest wyznaczana w miejscu i na kierunku maksymalnego naprężenia głównego bez uwzględnienia zmiany naprężeń w danym punkcie w innych położeniach kątowych koła. W artykule wyjaśniono metodologię obliczeń wytrzymałości kół monoblokowych według normy EN 13979-1. Opracowano i obliczono oba, dopuszczalne przez normę, modele dla tego samego koła. Różnice, zalety i wady każdego z typu modeli zostały opisane, a wyniki porównane. Ponadto, przeanalizowano i przedstawiono pełny cykl obciążenia dla przykładowego punktu na tarczy koła. Wyniki tej analizy podsumowano i wyznaczono kierunki dalszych badań mających na celu określenie rzeczywistej maksymalnej amplitudy cyklu obciążenia zmęczeniowego w kołach kolejowych.

**Słowa kluczowe:** kolejowe koła monoblokowe, wytrzymałość zmęczeniowa, analiza MES, obciążenie zmęczeniowe

## 1. Wstęp

W przeciwieństwie do kół obręczowanych, kolejowe koła monoblokowe są walcowane lub odlewane w całości i poddane częściowej (bez tarczy koła) lub pełnej obróbce mechanicznej. Norma EN 13979-1 "Railway applications – Wheelsets and bogies – Monoblock wheels – Technical approval procedure – Part 1: Forged and rolled wheels" [1] definiuje wymagania dotyczące kół monoblokowych. Wytrzymałość zmęczeniową koła w pierwszej kolejności określa się na podstawie analizy naprężeń Metodą Elementów Skończonych (MES). Jeśli wyniki obliczeń analitycznych przekraczają dopuszczalne wartości należy wykonać test koła pod obciążeniem cyklicznym [1].

Norma dopuszcza dwie możliwości przygotowania modelu do obliczeń MES: pełny model 3D oraz uproszczony model osiowosymetryczny z niesymetrycznym obciążeniem (obciążenie w jednej sekcji). Oba typy modeli w zasadniczy sposób różnią się od siebie, co może mieć wpływ na otrzymane wyniki.

## 2. Procedura obliczeń wytrzymałości kół monoblokowych wg normy EN 13979-1

We wszystkich węzłach modelu obliczeniowego koła muszą być spełnione dwa warunki wytrzymałościowe: statyczny i zmęczeniowy. W przypadku statycznym, pod uwagę brane są naprężenia zredukowane, które nie mogą przekraczać granicy plastyczności  $R_e$ .

Celem analizy zmęczeniowej i ewentualnego testu przewidzianego przez normę jest określenie ryzyka powstania rysy pod wpływem obciążenia cyklicznego w całym okresie użytkowania koła. Pierwszym etapem jest analiza naprężeń w celu określenia maksymalnej (krytycznej) amplitudy cyklu obciążenia zmęczeniowego. W przypadku, gdy analiza wykaże ryzyko wystąpienia rysy zmęczeniowej w okresie użytkowania koła, należy wykonać test. Niniejszy artykuł dotyczy wyłącznie części analitycznej normy i jak wynika z doświadczeń spełnia wymagania dla zdecydowanej większości analizowanych przypadków.

<sup>1</sup> Dr inż.; Instytut Kolejnictwa, Laboratorium Badań Materiałów i Elementów Konstrukcji; e-mail: prakoczy@ikolej.pl.

<sup>2</sup> Mgr inż.; Instytut Kolejnictwa, Laboratorium Badań Materiałów i Elementów Konstrukcji; e-mail: rbinkowski@ikolej.pl.

## 2.1. Obciążenia zewnętrzne

Do wyznaczenia naprężeń, norma definiuje wiele obciążeń, jakim należy poddać model koła w MES. W skład obciążeń wchodzi nie tylko siły zewnętrzne, ale również naprężenia montażowe pochodzące od wcisku koła na oś. Obciążenia zewnętrzne są podzielone na 4 grupy:

- 1) tor prosty – brak kontaktu obrzeży z szyną (siła pionowa);
- 2) poziomy łuk kołowy – kontakt wewnętrznej części obrzeża z szyną (siła pionowa oraz pozioma);
- 3) rozjazd – kontakt zewnętrznej części obrzeża z kierownicą rozjazdu (siła pionowa oraz pozioma);
- 4) obciążenie ekstremalne.

Miejsca przyłożenia sił w modelu pokazano na rysunku 1.

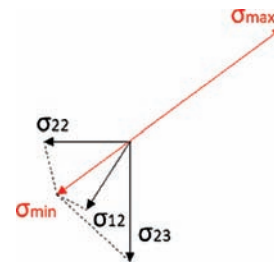
Norma również uwzględnia naprężenia od bezwładności koła w ruchu obrotowym. Ze względu na znikomy wpływ w porównaniu z naprężeniami od obciążenia zewnętrznego oraz wcisku osi zostały one pominięte w obliczeniach opisanych w tym artykule.

## 2.2. Obliczenia wytrzymałości koła monoblokowego

Do wyznaczenia wytrzymałości zmęczeniowej, naprężenia główne ( $\sigma_{\max}$ ) są wyznaczane dla wszystkich punktów siatki MES i ze wszystkich przypadków obciążenia. Należy jednak zaznaczyć, że przyłożenie sił punktowych obciążenia zewnętrznego powoduje nierealnie duże naprężenia w bezpośredniej bliskości siły. W rzeczywistości żadna siła nie jest przyłożona punktowo i jest rozłożona na pewien obszar. Z tego względu należy pominąć naprężenia na powierzchni toczonej. Powierzchnia toczna koła jest poddana innym procesom zmęczenia materiału związanym z częstymi odkształceniami plastycznymi powierzchni [2]. Po wyznaczeniu naprężeń głównych należy obliczyć naprężenia minimalne ( $\sigma_{\min}$ ) na kierunku  $\sigma_{\max}$  z tensora naprężeń (1) jak przedstawiono na rysunku 2. Ponieważ tensor (1) jest

symetryczny, sprowadza się on do 6 składowych: trzech naprężeń normalnych ( $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ ) oraz trzech naprężeń ścinających ( $\sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}$ ) zgodnie z równaniem:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}. \quad (1)$$



Rys. 2. Wektor naprężeń przy wyznaczaniu  $\sigma_{\min}$  [opracowanie własne]

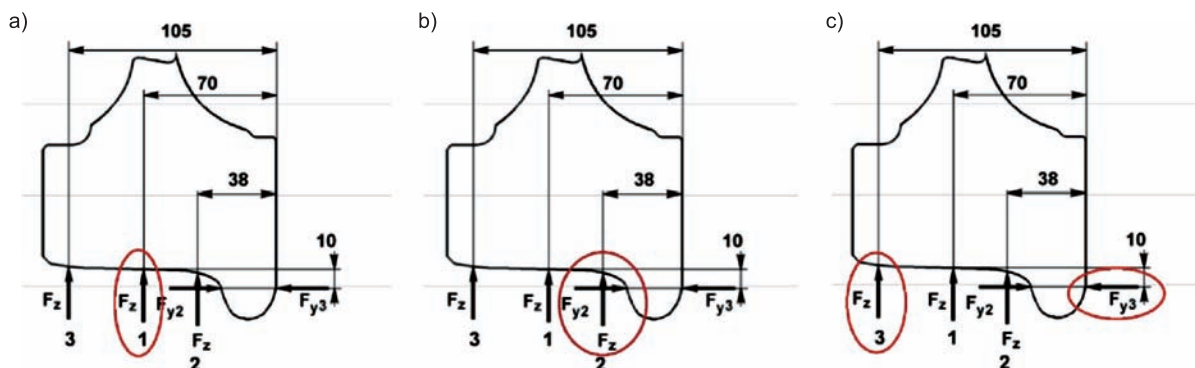
Do wyznaczenia  $\sigma_{\min}$  niezbędne jest również wyznaczenie kosinusów kierunkowych naprężeń w przyjętym układzie kartezjańskim ( $n\sigma_x, n\sigma_y, n\sigma_z$ ),  $\sigma_{\min}$  można obliczyć z równania 2:

$$\sigma_{ij\min} = \begin{bmatrix} n\sigma_{ij\max}x & n\sigma_{ij\max}y & n\sigma_{ij\max}z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} n\sigma_{ij\max}x \\ n\sigma_{ij\max}y \\ n\sigma_{ij\max}z \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Po wyznaczeniu naprężeń maksymalnych i minimalnych w każdym punkcie i w każdym przypadku obciążenia należy obliczyć parametry cyklu obciążenia zmęczeniowego, tj. naprężenia średnie ( $\sigma_m$ ) oraz amplitudę ( $\sigma_a$ ) z równań 3 oraz 4 [1].

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \quad (3)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}. \quad (4)$$



Rys. 1. Miejsca przyłożenia sił: a) jazda po prostej, b) jazda w łukach, c) rozjazd [opracowanie własne]

### 3. Analiza MES kolejowego koła monoblokowego

MES jest obecnie najbardziej powszechną i najczęściej stosowaną metodą w obliczeniach inżynierskich. Opiera się ona na dyskretyzacji geometrii konstrukcji (podział na skończoną liczbę elementów). Dzięki dyskretyzacji, złożoną geometrię można uprościć do stosunkowo prostych brył w analizie 3D lub płaszczyzn w analizie 2D. Utworzony dyskretny układ, w przeciwieństwie do układu pierwotnego, ma skończoną liczbę punktów swobody. Dyskretyzacji ulegają również inne elementy układu, tj. obciążenie zewnętrzne lub warunki brzegowe. Następnie, tworzone są macierze sztywności  $K$ , bezwładności  $M$  oraz tłumienia  $C$ , które wraz z wektorem sił  $P$  tworzą wyrażenie (5) rozwiązane w procesie obliczeń MES [3–5].

$$M \times \ddot{x} + C \times \dot{x} + K \times x = P(t) \quad (5)$$

Tak więc, rozwiązanie złożonych równań różniczkowych funkcji ciągłych jest w MES przybliżane rozwiązaniem wielu równań algebraicznych.

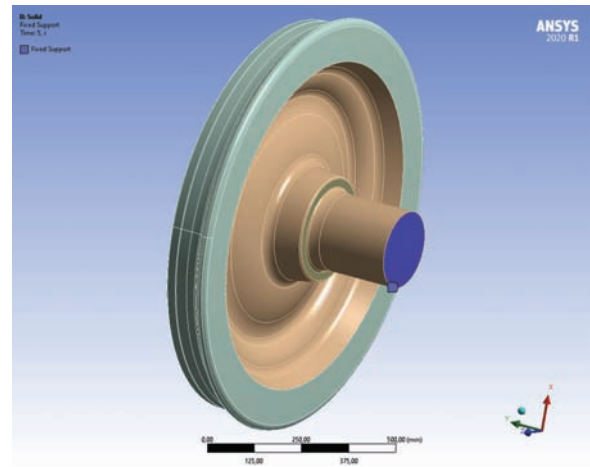
W odniesieniu do koła kolejowego, norma dopuszcza dwie możliwości przygotowania modelu do obliczeń MES: pełny model 3D i uproszczony model osiowo-symetryczny z niesymetrycznym obciążeniem (obciążenie w jednej sekcji). W przypadku występowania niesymetrycznych elementów konstrukcji koła (np. otwory), nie ma możliwości wyboru i należy zastosować model 3D. W analizowanym przypadku koła monoblokowego nie ma niesymetrycznych elementów konstrukcji, dlatego było możliwe opracowanie modelu 3D oraz osiowo-symetrycznego. W modelu uwzględniono część osi wraz z różnicą średnicy osi i piasty w celu obliczenia naprężeń od wcisku osi. Ponieważ oś nie jest przedmiotem analizy, zakończono ją około 20 cm od koła i utwierdzono w całej płaszczyźnie przekroju.

#### 3.1. Model 3D

Do modelu 3D wykorzystano elementy sześciennie na tarczy i piaście oraz czworościenne na wieńcu. Nominalna wielkość wszystkich elementów wynosi 10 mm. Rysunek 3 oraz rysunek 4 przedstawiają stworzony model 3D koła monoblokowego.

#### 3.2. Model osiowo-symetryczny

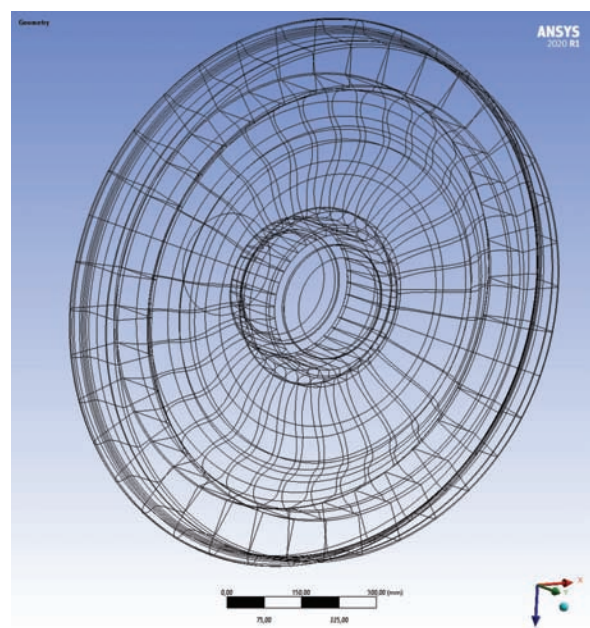
Model osiowo-symetryczny składa się z 37 przekrojów, wykonanych co 10 stopni w osi obrotu, co jest często stosowanym interwałem przy analizie osiowo-symetrycznego modelu koła kolejowego (rys. 5). Podobnie jak przy modelu 3D elementy mają nominalną wielkość 10 mm.



Rys. 3. Model 3D koła – utwierdzenie na osi [opracowanie własne]



Rys. 4. Model 3D koła – siatka [opracowanie własne]

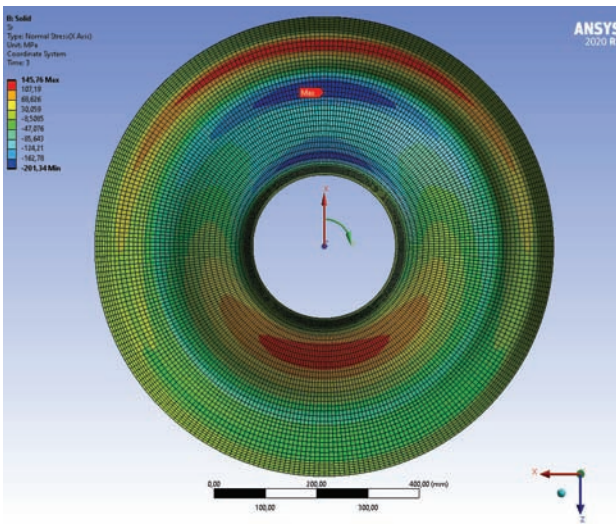


Rys. 5. Model osiowo-symetryczny koła monoblokowego [opracowanie własne]

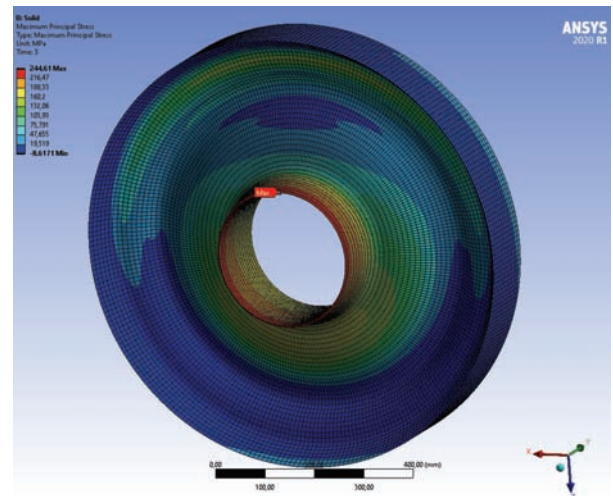


## 4. Wyniki analizy

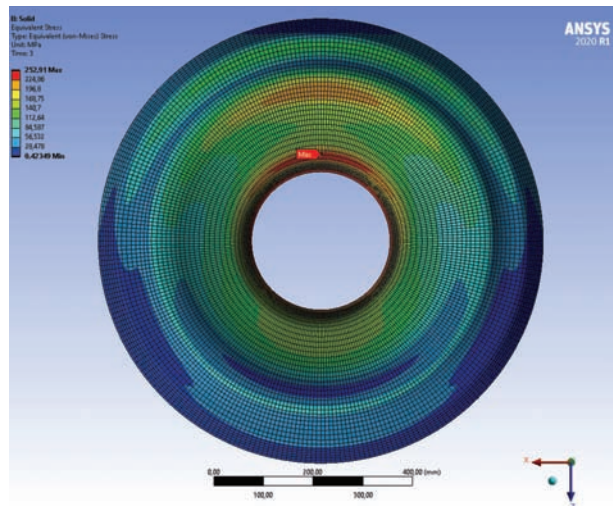
Analizowane modele obciążono tymi samymi przypadkami sił zewnętrznych i obliczono naprężenia. Do przeprowadzenia analizy porównawczej, wyznaczono naprężenia promieniowe i obwodowe w cylindrycznym układzie współrzędnych z osią obrotu w środku koła oraz maksymalne naprężenia główne oraz naprężenia Hubera w układzie kartezjańskim. W celu poprawy widoczności wyników, w rejonie tarczy usunięto z widoku część piasty oraz wieniec. Przykładowe wyniki dla przypadku obciążenia 2, tj. zakrętu pokazują rysunki 6–9 dla modelu 3D oraz rysunki 10–13 dla modelu osiowosymetrycznego.



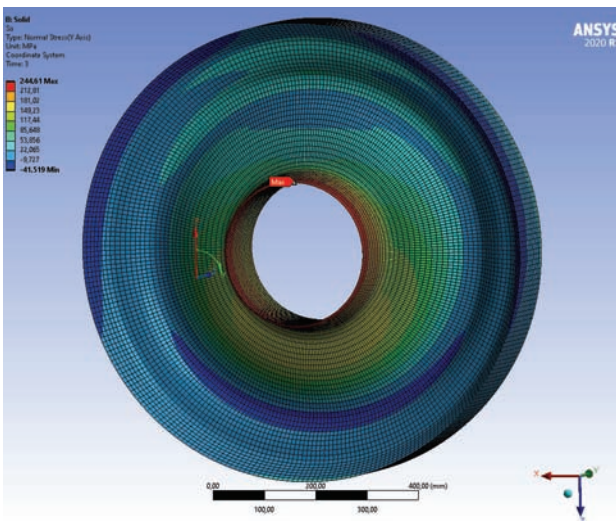
Rys. 6. Model 3D: przypadek obciążenia 2 – naprężenia promieniowe [opracowanie własne]



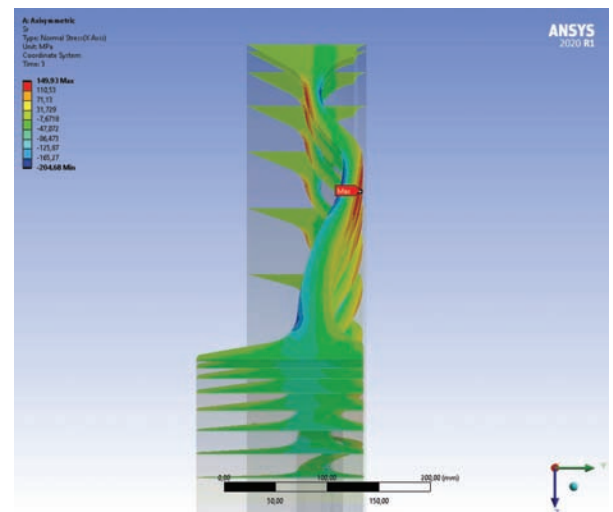
Rys. 8. Model 3D: przypadek obciążenia 2 – naprężenia główne [opracowanie własne]



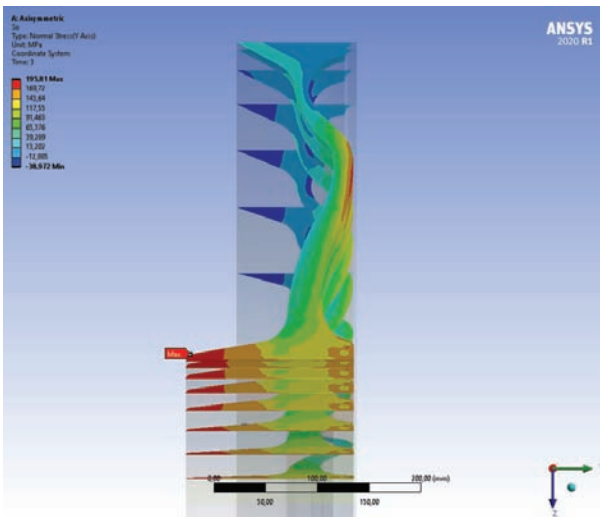
Rys. 9. Model 3D: przypadek obciążenia 2 – naprężenia Hubera [opracowanie własne]



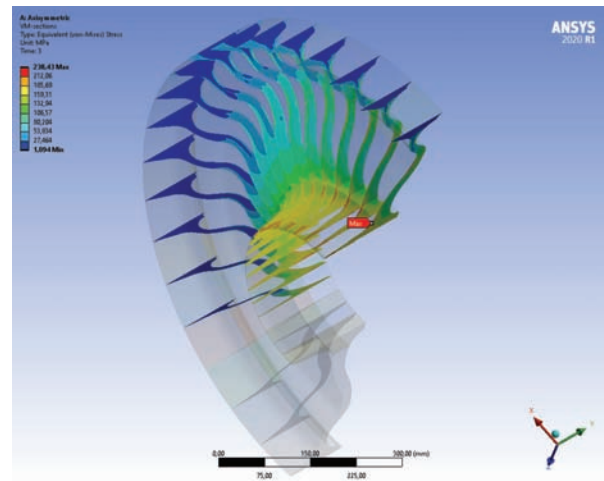
Rys. 7. Model 3D: przypadek obciążenia 2 – naprężenia obwodowe [opracowanie własne]



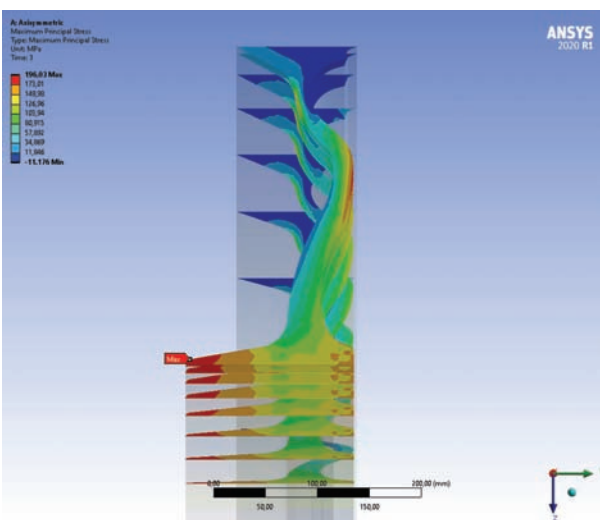
Rys. 10. Model osiowosymetryczny: przypadek obciążenia 2 – naprężenia promieniowe [opracowanie własne]



Rys. 11. Model osiowosymetryczny: przypadek obciążenia 2 – naprężenia obwodowe [opracowanie własne]



Rys. 13. Model osiowosymetryczny: przypadek obciążenia 2 – naprężenia Hubera [opracowanie własne]



Rys. 12. Model osiowosymetryczny: przypadek obciążenia 2 – maksymalne naprężenia główne [opracowanie własne]

Wyniki dla obu analizowanych modeli podsumowuje tablica 1. Różnica w wynikach w skrajnych przypadkach sięga nawet 20%. W przypadku największych różnic, model 3D wskazuje na większe naprężenia. Różnica wyników w przypadkach, w których model osiowosymetryczny ma wyższe naprężenia nie przekracza 7%. Stwierdzone różnice mogą wynikać z kilku powodów:

- Podstawową różnicą między modelami jest to, że w modelu osiowosymetrycznym otrzymuje się wyniki tylko na wybranych przekrojach, które nie muszą przypadać na miejsce największych naprężeń. Zwiększając liczbę przekrojów można poprawić wyniki modelu osiowosymetrycznego, jednak będzie to miało wpływ na czas obliczeń.
- Drugą istotną różnicą jest rodzaj elementów skończonych i co za tym idzie sposób ich obliczania. W przypadku dużych modeli może to mieć wpływ na wyniki.

Tablica 1

Wyniki porównania naprężeń

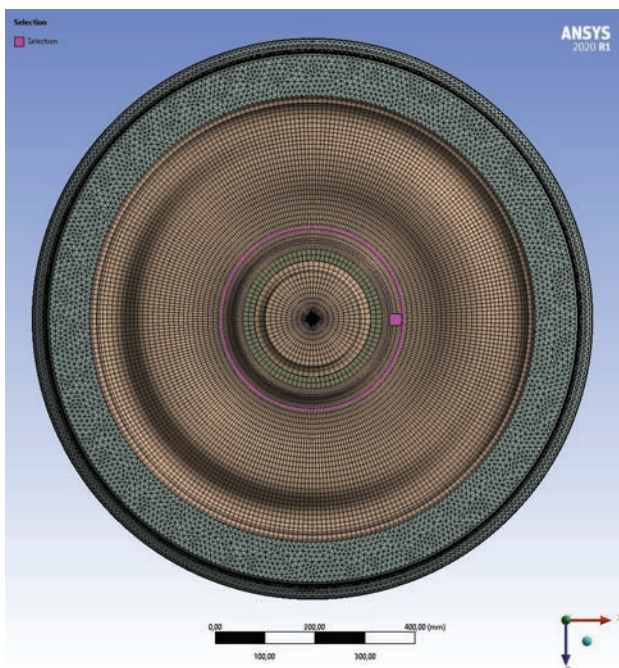
Przypadek obciążenia	Naprężenia	Model 3D [MPa]	Model Osiowosymetryczny [MPa]	Różnica [%]
1	Promieniowe	96,5	103,1	6,8
2		145,8	149,9	2,8
3		149,6	153,28	2,5
1	Obwodowe	237,5	194,2	18,2
2		244,6	195,8	20,0
3		237,1	193,7	18,3
1	Maksymalne Główne	237,5	194,6	18,1
2		244,6	196	19,9
3		237,1	194,1	18,1
1	Hubera	238,8	201,7	15,5
2		252,9	238,4	5,7
3		265,1	274,47	3,5

[Opracowanie własne].

- Niewątpliwą zaletą modeli osiowosymetrycznych jest szybkość obliczeń. W związku z tym, zagęszczenie siatki nie powoduje znacznej utraty czasu wymaganego na otrzymanie wyników. Zagęszczenie siatki elementów zwykle wpływa na dokładniejsze wyniki, szczególnie w niewielkich rejonach koncentracji naprężeń. Na potrzeby tej analizy model osiowosymetryczny ma taką samą wielkość nominalną elementu w celu wyłączenia tej zmiennej.

## 5. Analiza cyklu obciążenia

Procedura obliczeń wytrzymałości zmęczeniowej podana w normie EN 13979-1, nie analizuje pełnego obciążenia cyklicznego jakiemu poddany jest każdy punkt koła. Ze względów praktycznych obciążenie zewnętrzne w analizie MES jest nieruchome, natomiast sprawdzenie dotyczy każdego z punktów koła niezależnie. Taka analiza, daje wprowadzić pełne spektrum naprężeń podczas pełnego cyklu obrotowego koła jako całości, jednak wyznaczanie parametrów obciążenia zmęczeniowego niezależnie dla każdego punktu, już takiego cyklu nie uwzględnia. Aby wyznaczyć rzeczywisty cykl obciążenia należałoby pogrupować współosiowe punkty na każdej wysokości przekroju koła. Rysunek 14 pokazuje przykładowy zbiór punktów współosiowych. Każda z grup punktów tworzy historię naprężeń podczas pełnego obrotu koła. Rysunek 15 pokazuje historię naprężeń przykładowej

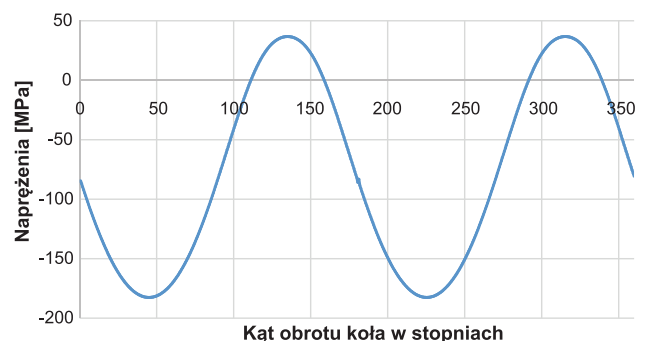


grupy punktów z rysunku 14. Innymi słowy, podczas pełnego obrotu koła, każdy punkt doświadczy naprężeń dowolnego innego punktu w swoim zbiorze. Tak więc, do określenia pełnego cyklu naprężeń należałoby przeanalizować jednocześnie całe zbiory punktów z wynikami analizy MES, jednak norma EN 13979-1 w obecnej postaci nie wymaga takiej analizy.

## 6. Podsumowanie

Analiza porównawcza dwóch typów modeli MES dopuszczalnych przez aktualną normę EN 13979-1 wskazuje na istotne różnice w wynikach. Wyniki dla obu modeli powinny się zbiegać wraz z zagęszczeniem siatki w modelu 3D oraz ze zwiększoną liczbą przekrojów w modelu osiowosymetrycznym.

Wstępna analiza historii naprężeń punktów współosiowych wskazuje na to, że metodologia wyznaczania naprężeń średnich ( $\sigma_m$ ) oraz amplitudy ( $\sigma_a$ ) przedstawiona w normie EN 13979-1, nie uwzględnia w pełni cyklu obrotowego koła. Może to skutkować błędnym wyznaczeniem naprężeń cyklu zmęczeniowego i w następstwie przeszacowanie wytrzymałości zmęczeniowej koła. Autorzy wskazują na potrzebę dalszej analizy w celu oszacowania różnic w cyklu zmęczeniowym, wyznaczonym według obecnych wymagań normowych, wobec zaproponowanej metody z uwzględnieniem zabiorów punktów współosiowych.



Rys. 15. Historia na naprężen z przykładowej współosiowej grupy punktów [opracowanie własne]

Rys. 14. Przykładowa współosiowa grupa punktów na kole [opracowanie własne]



## Literatura

1. EN 13979-1:2011 "Railway applications – Wheelsets and bogies – Monoblock wheels – Technical approval procedure – Part 1: Forged and rolled wheels".
2. Mikłaszewicz I.: *Charakterystyczne uszkodzenia zestawu kołowego powodujące zdarzenia wypadkowe*, Railway Reports, Warszawa, 2008.
3. Dacko M. et.al.: *Metoda Elementów Skończonych w mechanice konstrukcji*, Arkady, Warszawa, 1994.
4. Rakowski G., Kacprzyk Z.: *MES w mechanice konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2005.
5. Rusiński E., Czmochowski J., Smolnicki T.: *Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2000.